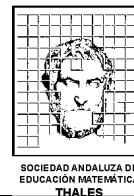




XVI CONGRESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE
DE LAS MATEMÁTICAS.
MATEMÁTICAS, NI MÁS NI MENOS



JUEGOS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN EL SIGLO XVI

María José Madrid, *Universidad de Córdoba*

Alexander Maz-Machado, *Universidad de Córdoba*

Carmen León-Mantero, *Universidad de Córdoba*

Carmen López, *Universidad de Salamanca*

RESUMEN.

Los libros para la enseñanza no incluyen únicamente los contenidos formales de la materia a la que van dedicados, si no que son textos educativos que pretenden facilitar el proceso de enseñanza aprendizaje y por este motivo aportan otra serie de informaciones de interés. En esta línea, se ha buscado conocer qué juegos o aspectos recreativos incluían los libros de aritmética publicados en castellano en el siglo XVI.

Para realizar este trabajo, se ha seguido el modelo de análisis histórico-matemático apoyado en el análisis de contenido de libros. Los resultados obtenidos muestran que, considerando el periodo en el que fueron escritos, los libros sí incluyen algunos juegos y otras cuestiones de carácter recreativo.

Nivel educativo: secundaria

1. INTRODUCCIÓN.

Los libros para la enseñanza de las matemáticas son materiales educativos con propósitos docentes. Por eso, no se reducen a una secuenciación de conceptos y procedimientos, sino que incorporan otras informaciones que aportan diferentes sentidos al conocimiento matemático enriqueciéndolo y se proponen transmitir una serie de significados que faciliten la correcta comprensión de los conceptos formales que presentan (Segovia y Rico, 2001).

Los textos históricos para la enseñanza de las matemáticas ayudan a reconstruir los conceptos, a contextualizarlos y a conocer sus diversos acercamientos, a interrogarse sobre la validez de las formas de argumentar vigentes en otras épocas y a buscar los fundamentos de las formas actuales. Sin embargo, informan también sobre lo pedagógico: las formas de organizar y presentar el contenido, sus representaciones, las situaciones, problemas y ejercicios utilizados para explicar mejor los conceptos y métodos matemáticos (Gómez, 2001).

Esto ha motivado la realización de diversos trabajos dentro del campo de la Historia de la Educación Matemática centrados en el análisis de libros escolares en distintos periodos históricos tanto en el panorama nacional como en el

internacional (Madrid, Maz-Machado y López, 2015; Maz y Rico, 2009; Maz-Machado y Rico, 2015; Schubring, 1987; Sierra, González y López, 1999).

Sin embargo, aunque los libros para la enseñanza de las matemáticas publicados durante siglos como el XVIII o el XIX han sido ampliamente analizados bajo esta perspectiva, no ocurre lo mismo con los libros para la enseñanza de las matemáticas publicados en el siglo XVI y eso a pesar de tratarse de un periodo histórico relevante por varios aspectos. Entre otros, destaca el auge comercial potenciado por la llegada a España de mercancías de América, que hizo que un mayor número de personas necesitasen conocimientos matemáticos aplicados a las relaciones mercantiles. Esto unido al desarrollo de la imprenta potenció la difusión de un mayor número de libros de aritmética centrados en las matemáticas aplicadas a las transacciones comerciales.

Estos libros de aritmética poseían una intencionalidad claramente práctica, iban dirigidos de manera particular a los comerciantes y su propósito no era sólo que estos aprendieran las reglas básicas de la aritmética sino servir como ejemplo a los mercaderes en las situaciones semejantes y frecuentes que ocurrían en el mundo del comercio de la época. Esto se debe a que la aritmética presentaba enormes ventajas sociales e incluso posibilitaba el ascenso social aspectos acordes con el espíritu burgués que comenzaba a surgir en ciertos grupos de la sociedad (López, 1979).

Sierra, Rico y Gómez (1997) consideran que si bien estas aritméticas no pueden considerarse exactamente libros de texto, sí son precursoras de ellos y lo que es más, resulta razonable suponer que eran utilizadas por los maestros de las escuelas, Caunedo (2009) añade que estos manuales de aritmética fueron publicados para su uso como textos escolares en los que los ejemplos y problemas están asociados a situaciones concretas en las que los mercaderes podrían verse involucrados. Otros autores consideran que estos manuales se utilizaban en los estudios relacionados con aritmética de las universidades (Carabias, 2012), e incluso en las casas de contratación de la época (Salavert, 1990). En definitiva, muchos de estos libros sirvieron como textos para la enseñanza de las matemáticas en los distintos niveles de la época.

Dentro de las diversas estrategias didácticas utilizadas en estos libros, nos hemos centrado en las relacionadas con el juego. El juego se define como un ejercicio recreativo sometido a reglas, y en el cual se gana o se pierde (RAE, 2016) y jugar es una actividad social en la que se establecen ciertas reglas y en la que los participantes las aceptan y se convierten en jugadores.

En psicología evolutiva se considera el juego como un elemento primordial en el desarrollo "El juego crea una zona de desarrollo próximo en el niño, que es generadora de nuevos aprendizajes, no es un rasgo predominante de la infancia, sino un factor básico del desarrollo" (Vygotsky, 1979, p. 156)

Desde la Educación matemática son diversas las propuestas didácticas sobre las matemáticas y el juego (Kamii & Devries, 1980). Los juegos en el marco escolar pueden tener como finalidad la comprensión de conceptos o la mejora de técnicas de métodos de resolución de problemas (Edo & Deulofeu, 2006)

La incorporación del juego en las aulas puede justificarse desde tres aspectos: el carácter lúdico, el desarrollo de técnicas intelectuales y el fomento de relaciones social (Ferrero, 1991), sin embargo, los juegos deben situarse como

una práctica habitual del aula (Corbalán, 1994) de lo contrario se corre el riesgo de que su uso parezca una forma improvisada para pasar el tiempo de clase.

Esto ha llevado a que el objetivo de este trabajo, sea precisamente conocer si los autores de libros para la enseñanza de la aritmética del siglo XVI incluían ya juegos u otros aspectos recreativos en sus obras.

El interés por conocer los aspectos recreativos en la enseñanza de las matemáticas a lo largo de la historia se muestra, en el hecho de que otros autores como Meavilla (2013) ya analizara extensamente las recreaciones matemáticas incluidas en una obra de aritmética del siglo XVI, lo cual muestra el interés y actualidad de este tipo de estudios.

2. METODOLOGÍA.

La investigación realizada es exploratoria y descriptiva de carácter histórico-matemático.

Dentro de las aritméticas del siglo XVI, se seleccionaron aquellas escritas en castellano, cuya primera impresión se realizó durante el siglo XVI y que presentan entre sus contenidos juegos, adivinanzas u otros aspectos lúdicos. Los libros seleccionados son:

- Andrés, J. (1515). *Sumario breve de la practica de la arithmetica*. Valencia: Juan Joffre.
- Aurel, M. (1552). *Libro Primero de Arithmetica Algebratica*. Valencia: Casa de Ioan de Mey Flandro.
- De Ortega, J. (1512). *Conpusicion de la arte de la arismetica y Juntamente de geometria*. Lyon: casa de Maistro Nicolau de Benedictis.
- Perez de Moya, J. (1562). *Arithmetica practica, y specvlatiua*. Salamanca: Mathias Gast.
- De Santa Cruz, M.G. (1625). *Libro de arithmetica especvlativa, y práctica, intitvlado, el Dorado Contador, contiene la fineza y reglas de contar oro y plata, y los Aneajes de Flandes*. Madrid: Viuda de Alonso Martín.
- De Texeda, G. (1546). *Suma de Arihtmetica Practica y de todas Mercaderias con la horden de contadores*. Valladolid: Oficina de Francisco Fernández de Córdoba.
- De Yciar, J. (1549). *Arithmetica Practica*. Zaragoza: Casa de Pedro Bernuz.

Como técnica de análisis se utilizó el análisis de contenido, utilizado en otros estudios históricos similares (Maz y Rico, 2009; Madrid, Maz-Machado y López, 2015).

Se definieron como unidades de análisis cada uno de los párrafos de los libros publicados en castellano en el siglo XVI. Estos se leyeron, analizaron y posteriormente compararon.

3. RESULTADOS.

El juego más mencionado en las obras es el ajedrez. Sin embargo, ningún autor explica este juego ni sus normas y todos se centran en su relación con las progresiones. Por ejemplo Juan de Ortega plantea el siguiente ejercicio sobre la suma de casillas en un tablero de ajedrez:

Mas, por no dexar con deseo a nenguno que la presente leera, quiero poner aqui un enxemplo, el qual sera para declarar como se an de contar brevemente las 64 casas del axedrez, poniendo en la casa primera una y en la segunda 2, y en la tercera 4, y en la quarta 8, y en la quinta 16, y ansi doblando todas las sumas, fasta las 64 casas. Esta suma bien breve se puede fazer por la progresion duple que detras esta figura da, mas porque veas la diferencia, la quiero poner en est'otra manera. Ya sabes que en la quinta suma, como se viene doblando, faze 16. Pues multiplica 16 vegadas 16, y montaran 256, los quales hallaras que, veniendose doblando, vienen los dichos 216 a las 9 casas. Pues toma a multiplicar 256 vegadas 256, y montarán 65536, los quales aliaras que vienen en las 17 casas. Toma otra vez a multiplicar 65536 vegadas 65536, y montaran 4294967296. Y tanto hallaras que vienen a las 33 casas. Pues toma a multiplicar 4294967296 con 4294967296, y allarás que vienen 18446744073709551616, los quales allarás que montan en las 64 casas. Pues por quanto no quieres saber mas de 67 casas, quita la primera de la postrera y quedaran 1844674407370955161, y tanto monta en las sesenta y quatro casas. Agora, para saber quanto monta en todas las 64 casas, dobla la postrera suma, que son las figuras de las 64 casas, y montaran 36893488147419103230, de los quales quita la primera suma que es uno y quedara lo de abaxo figurado. (1512, pp. 26-27)

El cuento de la tabla del Ajedrez.

3 6 8 9 3 4 8 8 1 4 7 4 1 9 1 0 3 2 2 9

Figura 1. Solución (errónea) del problema del ajedrez (De Ortega, 1512, p. 27).

Marco Aurel presenta también una variación del enunciado hablando en este caso de la suma de los granos de trigo en un tablero de ajedrez. A su vez este autor afirma que este problema es una demanda que "anda por las escuelas y aun por las plazas" (1552, p. 37). Esto muestra la preocupación de estos autores de obras de matemáticas del siglo XVI por incluir en sus obras cuestiones de interés para sus lectores.

Otros autores mencionan juegos relacionados con dados, por ejemplo el siguiente problema incluido por Gaspar de Texeda:

4 juegan a los dados, toma el uno los dados, los 3 le paran quanto tiene pierde, y paga. hazen todos asi parandole al que juega todos sus restos, levantanse con cada cien ducados con quantos entro cada uno. Regla son 4 añade 1 son 5 lo del primero dobla quita uno 9 son, del segundo dobla quita 1 17, de el tercero dobla quita 1 33. Del quarto para los ciento son 400 por compañías son estos numeros 5 9 27 33 en forma 400 ganancia viene vedad (De Texeda, 1546, p. xlii).

¶ 4. juegan a los dados/ toma el vno los dados/ los. 3. le pa-
ran quanto tiene/ pierde, y paga/ hazen todos así parandole al
que juega todos sus restos, leuantanse con cada cien ducados
con quantos entro cada vno. Regla son. 4. añade. 1. son. 1. lo
del primero/ dobla quita vno. 9. son/ del segundo dobla quita
1. 17. de el tercero dobla qta. 1. 33. el quarto/ para los ciento
son. 400. por compañías son estos numeros. 1. 9. 27. 33.
en forma. 400. ganancia viene verdadita yn alijs aun que
sean mas.

Figura 2. Imagen del juego de dados en la obra de Gaspar de Texeda (1546, p. xlii).

La obra de Pérez de Moya incluye unos curiosos capítulos en los que “se declara la Rithmimachia (que dizen) Pythagorica para exercicio de la Arithmetica Speculativa” (1562, p. 386). Se trata de un juego relacionado con las proporciones y que el autor explica ampliamente, considerando las normas del juego, los movimientos de sus piezas y su relación con las proporciones.

Este juego no ha desaparecido, en la actualidad incluso existe una aplicación llamada *Rithmomachia* que permite jugar utilizando determinados Smartphones o Tablets.

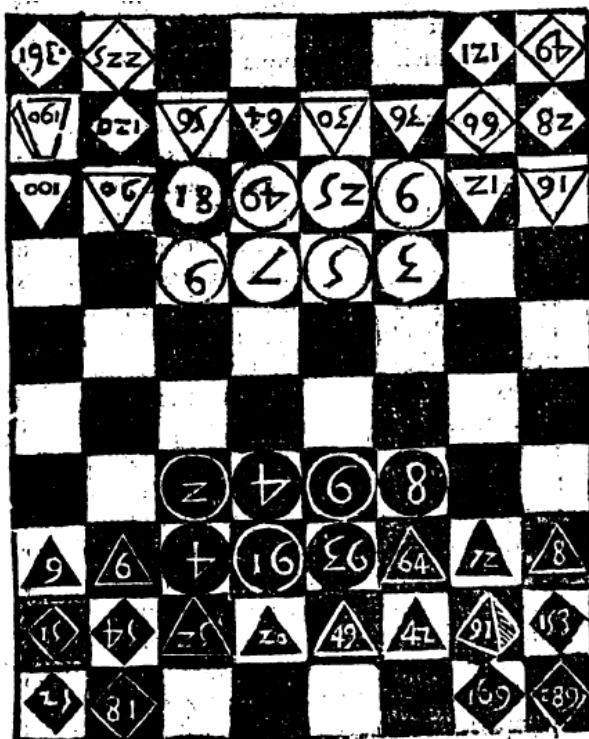


Figura 3. Tablero y fichas del juego *Rithmimachia* (Pérez de Moya, 1562, p. 387).

Además de referencias explícitas a juegos, en las obras son también comunes las adivinanzas. Por ejemplo en la obra de Juan de Yciar se incluye la siguiente:

Desta mesma manera se hara si queremos saber tres dados que uno echa quantos puntos salieron en cada uno: y pongo que hoviessen echado los tres dados y que el uno fuesse 3 y el otro 4 y el otro 6. (De Yciar, 1549, p. XLI)

¶ Desta mesma manera se hara si queremos saber tres dados que vno echa/ quantos puntos salieron en cada vno: y pongo que hoviessen echado los tres dados/ y que el vno fuesse. 3. y el otro. 4. y el otro. 6. pues agora tomē el dado

Figura 4. Imagen del ejemplo de matemáticas recreativas (De Yciar, 1549, p. XLI).

Estas aparecen también en la obra de Juan Andrés y en la de Marco Aurel:

Tres tienen un libro, mocador y unos guantes, para saber qual tiene el libro, mocador, o guantes, ternas esta regla general. Reparte entre ellos seys piedras, o tantos. Desta manera, el uno tome una, el otro dos, y el otro tres: y no se qual tiene uno, dos, o tres. (Aurel, 1552, p. 110)

¶ Tres tienen vn libro, mocador, y vnos guantes, para fa- ber qual tiene el libro, mocador, o guantes, terhas esta regla general. Reparte entre ellos seys piedras, o tantos. desta ma- nera, el vno tome vna, el otro dos, y el otro tres: y no se qual tiene vno, dos, o tres. Y pongo por caso, que el del libro tiene

Figura 5. Imagen del ejemplo de juego en la obra de Marco Aurel (1552, p. 110).

La obra de Pérez de Moya destaca en cuanto a aspectos lúdicos y recreativos. Prueba de ello es el hecho de que el noveno y último libro de su obra se estructure con razonamientos en forma de dos diálogos. El primero entre dos interlocutores Antimacho que considera que no hay necesidad de la aritmética y Sophronio que la alaba.

Prueba de ello es el comienzo del diálogo sobre aritmética entre Antimacho y Sophronio que dice así:

ANTIMACHO.- Pues señor en que se entiende?

SOPHRONIO.- En leer este libro de Arithmetica, que tiene muchas subtilezas y muy buenas y huelgome con el algunos ratos.

ANTIMACHO.- O peccador de mi y con cuentas andays embuelto?

SOPHRONIO.- Pues que señor Antimacho no os paresce bien?

ANTIMACHO.- Si por cierto, quando ay muchos dineros que contar, mas por mi vida que entre estudiantes es menester tan poca Arthmetica, que por mi se que si todos son como yo, que hasta diez que sepan contar les basta.

SOPHRONIO.- Buen dissimular es esse, quereys os hazer pobre entre manos?

ANTIMACHO.- Por cierto no pretendo tal, porque seria perder el casamiento. Mas por vuestra vida, que me digays, que gusto o que fruto hallays en esta Arithmética que tanto os occupays en ella? porque ya otras tres o quatro vezes os he hallado estudiando en ella. Por dicha pretendeys assentar por criado de tienda de algun Ginoves rico?

SOPHRONIO.- No en verdad, porque soy muy haron para servir, pero las sciencias (como dize el Philosopho) no se han de deprender por el interesse que dellas se espera, sino por la perfection que traen al hombre. (Pérez de Moya, 1562, p.687)

A lo largo de este primer diálogo Antimacho y Sophronio tratan la definición de la aritmética, los engaños que se producen por su desconocimiento, explican algunos ejercicios sobre repartos, compras. Finaliza este diálogo con Antimacho convencido de la necesidad de la aritmética.

Después comienza un segundo diálogo en el que Antimacho y Sophronio conversan con otros dos estudiantes Damon y Lucilio. Entre sus ejemplos se incluyen el problema del ajedrez, ejercicios sobre compras, compañías, adivinanzas de números, etc.

En la obra de Miguel Gerónimo de Santa Cruz aparecen una serie de multiplicaciones curiosas que podrían considerarse dentro de la matemática recreativa, coincidiendo con lo planteado por Meavilla (2013) como el caso de la Figura 6.

Pregunta, en un Castillo avia 100 ventanas, y en cada ventana 100 damas, y cada dama tenia 100 cofres, y cada cofre tenia 100 caxones, y cada caxon tenia cien ducados, yo demando quantas damas son, quantos cofres, y quantos caxones, y quantos ducados. (De Santa Cruz, 1625, p. 33)

**Pregunta, en vn Castillo avia 100. Ventanas, y en cada
ventana 100. damas, y cada dama tenia 100. cofres, y ca-
da cofre tenia 100. caxones, y cada caxon tenia cien duca-
dos, yo demando quantas damas son, quantos cofres, y
quantos caxones, y quantos ducados. Primeramente con-**

Figura 6. Imagen del ejemplo en la obra (De Santa Cruz, 1625, p. 33).

4. CONCLUSIONES.

Los libros de aritmética publicados en castellano en el siglo XVI, tenían como principal objetivo la difusión de conocimientos matemáticos entre los mercaderes y comerciantes de la época, que dado el auge comercial de dicho siglo requerían en mayor medida de estos conocimientos.

Estos libros incluyen junto con los contenidos formales de matemáticas otros aspectos que muestran la intencionalidad didáctica de los autores y su interés por acercarse a los lectores de la época. Probablemente esto motivó la inclusión de referencias a juegos, de adivinanzas o de otros aspectos recreativos. El autor Juan Pérez de Moya destaca en este sentido, por su inclusión de varias referencias a juegos, e incluso la explicación de las normas de un juego matemático como es el *Rithmomachia*, y por sus páginas finales en forma de dialogo entre varios personajes.

Esto muestra que esta idea que puede parecer actual de incluir juegos u otros aspectos recreativos en los libros de texto para favorecer la comprensión de los contenidos ya estaba presente en varios libros de matemáticas de épocas pasadas.

5. AGRADECIMIENTOS.

Este artículo se ha realizado dentro del proyecto de investigación del Plan I+D+i del Ministerio de Economía y Competitividad EDU2011-27168.

REFERENCIAS.

CARABIAS, A. M. (2012). *Salamanca y la medida del tiempo*, Ediciones Universidad de Salamanca, Salamanca.

CAUNEDO, B. (2009). *Un manual de aritmética mercantil de Mosén Juan de Andrés*, Pecunia: Revista de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad de León, 8, 71-96.

CORBALÁN, F. (1994). *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato*, Síntesis, Madrid.

EDO, M. & DEULOFEU, J. (2006). *Investigación sobre juegos, interacción y construcción de conocimientos matemáticos*, Enseñanza de las Ciencias 24(2), 257-268.

FERRERO, L. (1991). *El juego y la matemática*, Muralla, Madrid.

KAMII, C. Y DEVRIES, R. (1980). *Juegos colectivos en la primera enseñanza: implicaciones de la teoría de Piaget*, Visor, Madrid.

GÓMEZ, B. (2001). La justificación de la regla de los signos en los libros de texto: ¿Por qué menos por menos es más? En P. Gómez y L. Rico (Eds.) *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro*. (pp. 257-275), Universidad de Granada, Granada.

LÓPEZ, J. M. (1979). *Ciencia y técnica en la sociedad española de los siglos XVI y XVII*, Labor, Barcelona.

MADRID, M. J., MAZ-MACHADO, A. Y LÓPEZ, C. (2015). *Fenomenología y representaciones en el Dorado Contador de Miguel Gerónimo de Santa Cruz*, Ensayos, Revista De La Facultad De Educación De Albacete 30(1), 63-72.

MAZ, A. Y RICO, L. (2009). *Negative numbers in the 18th and 19th centuries: phenomenology and representations*, Electronic Journal of Research in Educational Psychology 7(1) (17), 537-554.

MAZ-MACHADO, A. Y RICO, L. (2015). *Principios didácticos en textos españoles de matemáticas en los siglos XVIII y XIX*, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 18(1), 49-76.

MEAVILLA, V. (2013). *Recreaciones matemáticas en la Aritmética (1512) de fray Juan de Ortega*, Epsilon: Revista De La Sociedad Andaluza De Educación Matemática" Thales", 30(2) (84), 89-100.

SALAVERT, V. (1990). Introducción a la historia de la aritmética práctica en la Corona de Aragón en el siglo XVI, *Dynamis: Acta Hispanica Ad Medicinae Scientiarumque. Historiam Illustrandam*, 10, 63-91.

SEGOVIA, I. Y RICO, L. (2001). Unidades didácticas: organizadores. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la matemática en la educación primaria* (pp. 83-104), Síntesis, Madrid.

SIERRA, M., GONZÁLEZ, M.T. Y LÓPEZ, C. (1999). *Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de Bachillerato y Curso de Orientación Universitaria (COU):1940-1995*, Enseñanza de las ciencias, 17(3), 463-476.

SIERRA, M., RICO, L. Y GÓMEZ, B. (1997). El número y la forma: libros e impresos para la enseñanza del cálculo y la geometría. En A. Escolano (Ed.), *Historia ilustrada del libro escolar en España: del Antiguo Régimen a la Segunda República* (pp. 373-398), Fundación Germán Sánchez Ruipérez: Ediciones Pirámide.

SCHUBRING, G. (1987). *On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbook author*, For the Learning of Mathematics 7(3), 41-50.

VYGOTSKY, L.S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*, Crítica, Barcelona.